The numerical solution of the equation furnished by the vanishing of the coefficient corresponding to the third zonal harmonic shows that the critical Jacobian ellipsoid is such that its axes are proportional to 0.65066, 0.81498, 1.88583; and that the angular velocity  $\omega$  and density  $\rho$  of the liquid are connected by the equation  $\frac{\omega^2}{2\pi\rho} = 0.14200$ .

This ellipsoid is the longest stable figure of Jacobi's series. A figure of the deformation of this critical ellipsoid by the third zonal harmonic is delineated in a plate. The so-called pear-shaped figure is seen to be longer than was indicated by M. Poincaré in his conjectural sketch.

Although this figure is almost certainly stable, absolute proof is still wanting. This proof can only be obtained by proceeding to a higher degree of approximation. An attempt is made to obtain this higher approximation, and the cause of failure and the difficulties of the problem are discussed.

"Sur la Stabilité de l'Équilibre des Figures Pyriformes affectées par une Masse Fluide en Rotation." By H. Poincaré, Foreign Member R.S. Received October 29, 1901.

## (Abstract.)

J'ai publié autrefois dans le Tome 7 des 'Acta Mathematica' un mémoire où j'étudie diverses figures d'équilibre nouvelles d'une masse fluide homogène en rotation. Presque toutes ces figures sont instables ; une d'elles cependant, qui est pyriforme, est très probablement stable. Mais la preuve directe de cette stabilité ne pourrait être obtenue que par de longs calculs. Le but du présent travail est de faciliter ces calculs, en donnant à la condition de stabilité une forme analytique aussi simple que possible. La question cependant reste indécise, parce que les formules analytiques n'ont pas été réduites en chiffres.

Il fallait d'abord obtenir une expression de l'énergie de gravitation d'une pareille figure en poussant l'approximation plus loin qu'on ne l'avait fait jusqu'ici. L'emploi des fonctions de Lamé peut conduire au résultat, mais on se trouve en présence d'une petite difficulté. Le potentiel d'un ellipsoïde, ou d'une couche ellipsoïdale, affecte des formes analytiques différentes selon que le point envisagé est à l'intérieur ou à l'extérieur de l'ellipsoïde. Il en résulte que dans chacune des intégrales il faudrait donner à la fonction sous le signe f, tantôt une forme pour les parties de la surface pyriforme qui sont au dessous de la surface de l'ellipsoïde, tantôt une autre forme pour les parties qui sont au dessus. Mais j'ai reconnu que cette difficulté est purement artificielle et qu'on obtiendra encore un résultat final correct en

donnant à ces fonctions sous le signe  $\int$ , soit toujours la première forme, soit toujours la seconde. En opérant de la sorte on commet une erreur sur chacune des intégrales, mais ces erreurs se compensent complètement dans la somme des intégrales.

Je me suis attaché ensuite à écrire l'inégalité qui exprime la condition de stabilité, et à réduire aux intégrales elliptiques les plus simples toutes les intégrales qui figurent dans cette inégalité.

## November 21, 1901.

Sir WILLIAM HUGGINS, K.C.B., D.C.L., President, in the Chair.

Mr. F. W. Dyson, Lieutenant-Colonel David Bruce, R.A.M.C. (elected 1899), and Mr. A. Smith Woodward were admitted into the Society.

A List of the Presents received was laid on the table, and thanks ordered for them.

In pursuance of the Statutes, notice of the ensuing Anniversary Meeting was given from the Chair.

Major MacMahon, Dr. W. J. Russell, and Dr. A. D. Waller were by ballot elected Auditors of the Treasurer's accounts on the part of the Society.

The following Papers, received during the Recess, and published in full or in abstract, in accordance with the Standing Orders of Council, were read in title:—

- "The Anatomy and Development of the Stem in the Pteridophyta and Gymnosperms." By Edward C. Jeffrey, Ph.D., Lecturer in the University of Toronto. Communicated by D. H. Scott, F.R.S.
- "A Memoir on Integral Functions." By E. W. Barnes, M.A., Fellow of Trinity College, Cambridge. Communicated by Professor A. R. Forsyth, Sc.D., F.R.S.
- "On Areal Induction." By George J. Burch, M.A., F.R.S.
- "Further Observations on Nova Persei. No. 4." By Sir Norman Lockyer, K.C.B., F.R.S.
- "An Attempt to ascertain the Date of the Original Construction of Stonehenge from its Orientation." By Sir NORMAN LOCKYER, K.C.B., F.R.S., and F. C. Penrose, F.R.S.